Wie entwickeln sich Freundschaftsnetze?

Computergestützte Hypothesenbildung zur Dynamik transitiver Strukturen[1]

Überarbeitete Fassung aus meiner Dissertation

„KI-Modelle in den Sozialwissenschaften",
Oldenbourg-Verlag, München, 1995

www.klaus-manhart.de
mail@klaus-manhart.de

München, September 2007

Zusammenfassung

Einer der bedeutendsten Erklärungsansätze zur Strukturentwicklung von Freundschaftsnetzen ist die von Paul Holland und Samuel Leinhardt formulierte Theorie vom transitiven Graphen. Sie postuliert für Freundschaftsnetze eine Tendenz zu positiven, transitiven Wahlen. Die genaue Dynamik der Transitivitätstendenz bleibt jedoch unbestimmt und ist Gegenstand dieses Aufsatzes. Der Beitrag verfolgt dabei eine theoretische und eine methodologische Zielstellung. Erstens sollen im Rahmen der Theorie vom transitiven Graphen Hypothesen formuliert werden, wie sich Freundschaftsnetze dynamisch entwickeln. Die strukturellen Hypothesen spezialisieren die Theorie dahingehend, dass das Entstehen und Auseinanderfallen von Cliquen sowie die Integration neuer Mitglieder erklärt werden kann. Die Generierung der Hypothesen erfolgt computergestützt. Dieser Sachverhalt bildet den zweiten zentralen Aspekt dieses Beitrags. Es soll konkret gezeigt werden, wie der Computer im „Kontext der Entdeckung“ zur Theorienbildung eingesetzt werden kann. In Interaktion mit einem Computermodell werden schrittweise theoretisch substantielle Hypothesen entwickelt und deren Konsequenzen geprüft. Die Modellierung erfolgt dabei in einem qualitativen, regelbasierten Rahmen.

1. Einleitung

Die Analyse sozialer Netzwerke wie Freundschaftsgruppen ist eines der zentralen Anliegen der Sozialwissenschaften. Empirisch wie theoretisch sind in den letzten beiden Jahrzehnten verstärkt Forschungsarbeiten auf diesem Gebiet zu registrieren. Zwar liegt eine allgemeine Netzwerktheorie noch in weiter Ferne, es existieren jedoch unterschiedliche theoretische Orientierungen, die verschiedene Aspekte sozialer Netze mehr oder weniger gut erklären können. Einer der bedeutendsten Theorieansätze zur Analyse der Strukturentwicklung sozialer Netze wurde von James Davis, Paul Holland und Samuel Leinhardt (D-H-L) ausgearbeitet. Die von diesen Autoren begründete Forschungstradition der D-H-L-Modelle hat sich in der Netzwerkanalyse fest etabliert, „mit erstaunlicher Kontinuität an theoretischer, statistischer und empirischer Arbeit“ (Hummell und Sodeur 1984: 527). Einer der wesentlichen Gründe für die Faszination dieses Theorieansatzes liegt insbesondere darin, dass zwischen der Mikroebene der Sozialbeziehungen und der Makroebene des Systems als Ganzem systematische Zusammenhänge aufgezeigt werden.

Historisch wurzelt der strukturtheoretische Ansatz von Davis, Holland und Leinhardt im Forschungsprogramm der Balancetheorien, das von Fritz Heider (1946, 1958) begründet wurde. Heiders Theorie - ursprünglich ein einfaches, sozialpsychologisches Kognitionsmodell - hat sich in verschiedene psychologische und soziologische Richtungen ausdifferenziert. Die wesentlichen Stationen von der Heidertheorie bis zur Strukturtheorie von Holland und Leinhardt sind für das Verständnis des folgenden elementar.

2. Strukturtheorien im balancetheoretischen Programm

Grundlegende Annahme der Balancetheorie von Heider (1946) ist, dass soziale Wahrnehmung gestaltähnlichen Strukturprinzipien folgt und ausgeglichene oder balancierte Zustände gegenüber unausgeglichenen oder unbalancierten Zuständen präferiert werden. Heider betrachtet triadische Konfigurationen, bestehend aus einer wahrnehmenden Person p, einer anderen Person o und einem impersonalen Objekt x mit jeweils positiven oder negativen Beziehungen zwischen den Einheiten. Beispiele für solche Heider-Konfigurationen wären:

(1) p ist mit o befreundet und beide haben die gleiche Einstellung zur Kirche x.
(2) p ist mit o befreundet und p wählt eine Partei x, die o ablehnt.

Triade (1) befindet sich im Gleichgewicht, Triade (2) hingegen ist ungleichgewichtig und erzeugt psychologische Spannung. Das Balancegesetz behauptet, dass ungleichgewichtige

Zustände zum Gleichgewicht tendieren, beispielsweise durch Änderung einer Relation. Nach dem Balancegesetz bleibt Triade (1) langfristig stabil, während Triade (2) sich ändert. Allerdings macht die Heidertheorie keine Vorhersagen darüber, welche Modifikationen in einem unbalancierten System zu erwarten sind.

Das einfache Grundmodell von Heider wurde in den folgenden Jahrzehnten theoretisch und empirisch verfeinert und generalisiert - wir nennen hier nur die für unsere Zwecke relevanten Weiterentwicklungen. Abelson und Rosenberg (1958) verallgemeinern die Theorie von Heider in zweifacher Hinsicht und beheben damit zwei Schwachpunkte. Erstens wurde die Beschänkung auf N = 3 kognitive Einheiten aufgegeben, so dass in diesem System beliebig viele Objekte zugelassen sind. Zweitens spezifiziert die Theorie, welche der Relationen bei der Herstellung von Gleichgewicht geändert werden: unter der Annahme, dass der psychische Aufwand zur Herstellung einer balancierten Struktur minimiert werden soll wird das kognitive System so modifiziert, dass möglichst wenig Relationen zu korrigieren sind.

Als eigentliche Verallgemeinerung und Formalisierung der Heidertheorie gilt jedoch die Arbeit von Cartwright und Harary (1956). Cartwright und Harary formalisieren die Balancetheorie graphentheoretisch für ebenfalls beliebig viele Objekte. Sie wenden dabei die Theorie erstmals auf „objektiv beobachtbare“ soziale Netze an und formulieren Zusammenhänge zwischen Mikro- und Makroebene. Mit dem Strukturtheorem zeigen Cartwright und Harary Beziehungen zwischen der Mikroebene der Anordnung von Relationen und der Makroebene des Systems als Ganzem auf. Ist ein System auf Mikroebene nämlich balanciert, so ist das Gesamtsystem auf Makroebene notwendigerweise in zwei Gruppen polarisiert, die als Cliquen interpretiert werden können. In diesem Modell der „strukturellen Balance“ ist Gleichgewichtstendenz damit verknüpft mit einer Neigung zur Polarisierung einer Gruppenstruktur.

Die makrostrukturellen Folgen von Balance standen in den sechziger und siebziger Jahren im Mittelpunkt des Interesses und wurden weiter differenziert. Davis (1967) setzte bei der von Heider nicht eindeutig klassifizierten Triade mit drei negativen Relationen an. Schwächt man den Balancebegriff dahingehend ab, dass auch Triaden mit drei negativen Relationen (die empirisch häufig vorkommen) als gleichgewichtig betrachtet werden, so zerfällt eine balancierte Struktur in mehrere Teilgruppen (Davis 1967). Im „Clustering-Modell“ von Davis impliziert Balanceneigung damit eine Tendenz zur Aufspaltung in multiple Gruppen, die ebenfalls wieder als Cliquen gedeutet werden können. Schließlich wird im „Ranked Clustering“-Modell von Davis und Leinhardt (1972) zusätzlich zum Konzept der horizontalen Gruppierung das der vertikalen Hierarchisierung eingeführt. Damit wird formal eine Situation rekonstruiert, wie sie in der Kleingruppenforschung zum Beispiel von Homans (1950, 1961) beschrieben wird. Balancetendenz ist in diesem Modell äquivalent erstens mit einer Tendenz zur Aufspaltung in hierarchische Ebenen und zweitens auf jeder Ebene mit einem Zerfallen in multiple Gruppen. Eine detaillierte Zusammenfassung und Diskussion des balancetheoretischen Programms im Kontext der Netzwerkanalyse findet sich in Schenk (1984) und Hummell und Sodeur (1984, 1987).

3. Die Theorie vom transitiven Graphen

Einen gewissen Abschluß der eben skizzierten theoretischen Entwicklungslinie bildet die nun ausführlicher betrachtete Theorie vom transitiven Graphen von Holland und Leinhardt (1971) - kurz: Transitivitäts-, HL- oder T-Graph-Theorie.

Die HL-Theorie betrachtet einfache Strukturen oder Graphen, bei denen zwischen den Elementen eine gerichtete Relation R vorliegt oder nicht. Die von den Autoren bevorzugte Deutung der formalen R-Relation sind positive Gefühlsbeziehungen, wie sie typischerweise in Freundschaftsnetzen bestehen und mit soziometrischen Wahlrelationen gemessen werden. Abb. 1 zeigt eine solche, als Freundschaftsnetz interpretierbare Struktur. Auf Grundlage der Basisrelation R lassen sich in solchen Netzen alle Paare von Knoten dadurch charakterisieren, dass zwischen ihnen entweder eine beidseitige Wahlrelation besteht, eine einseitige oder überhaupt keine. Diese drei definierten Paarbeziehungen lassen sich als M-(Mutual, zum Beispiel aMb), A-(Asymmetric, zum Beispiel gAe) und N-(Non, zum Beispiel gNl) Relationen bezeichnen.

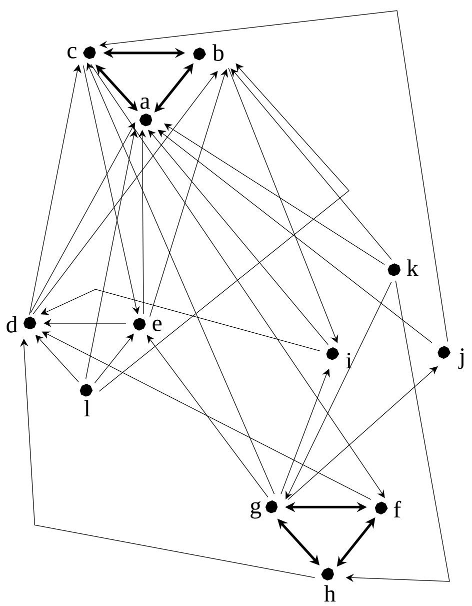

Abb. 1: Beispielstruktur für ein intransitives Freundschaftsnetz (Dollase 1973: 107). Ein einfacher Pfeil symbolisiert die einseitige, gerichtete A-Relation und ein Doppelpfeil die M-Relation (beidseitige R-Wahl). Liegt keine Beziehung vor, so ist eine N-Relation gegeben.

Die HL-Theorie postuliert, dass für soziale Strukturen wie Freundschaftsnetze eine Tendenz zu Transitivität besteht. Mit „Transitivität" ist inhaltlich gemeint, dass, wenn x y wählt und y z wählt, auch x z wählen muss. Diese Forderung ist beispielsweise für das geschlossene Teilnetz a,b,c in Abb. 1 erfüllt, sie gilt jedoch nicht für alle Elemente der Struktur (zum Beispiel wählt a c und c wählt e, aber a wählt nicht e). Formal lässt sich das Gesetz der Transitivitätstendenz über einen Index ausdrücken, der über die Zeit hinweg nicht kleiner werden darf. Der Transitivitätsindex TRX ist für bestimmte Gruppen zu bestimmten Zeitpunkten definiert. Er kann als Quotient der Anzahl aller intransitiver Tripel (Triaden) und aller möglichen Tripel definiert werden. Die Transitivitätsforderung lässt sich dann so formulieren, dass für alle Zeitpunkte t und t' einer betrachteten Menge von Zeitpunkten und einer bestimmten Gruppe gilt:

wenn $t \leq t'$ dann $TRX(t) \leq TRX(t')$.

In einem vollständig transitiven Graphen gilt die Transitivität <u>für alle</u> möglichen Triaden - was empirisch allerdings nur in Ausnahmefällen zutrifft. Bei vollständiger Transitivität lassen sich jedoch einige interessante Eigenschaften rein formal beweisen, die Gegenstand des Strukturtheorems von Holland und Leinhardt sind.

Das Strukturtheorem besagt, dass in einem transitiven Graphen alle Elemente X der Struktur so in Teilstrukturen - die als M-Cliquen bezeichnet werden - aufgeteilt werden können, dass

1. X eine Partition ist (das heißt, jedes Element ist Mitglied <u>genau einer</u> M-Clique und die Vereinigung aller M-Cliquen ergibt X)
2. innerhalb jeder M-Clique alle Paare von Individuen durch M-Relationen verbunden sind
3. zwischen zwei verschiedenen M-Cliquen alle Paare von Individuen entweder verbunden sind durch A-Relationen in der gleichen Richtung oder durch N-Relationen.

Im Fall der vollständigen Transitivität lässt sich eine neue Relation A* einführen, die zwischen Cliquen gilt und eine „partielle Ordnung" auf den M-Cliquen bildet.

Einfacher formuliert besagt das Strukturtheorem, dass mit Transitivität das ganze System sich so in Teilstrukturen oder M-Cliquen ordnen lässt, dass jede Person genau einer M-Clique angehört und diese Cliquen in einem Über- und Unterordnungsverhältnis stehen. Mit Transitivität entwickeln sich somit <u>notwendigerweise</u> Muster von hierarchisch geordneten Teilstrukturen, wie sie Abb. 2 veranschaulicht.

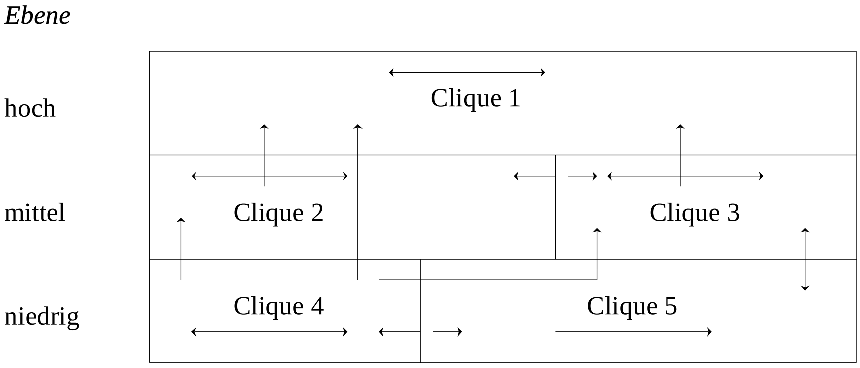

Abb. 2: Cliquen in hierarchischen Ebenen (nach Davis und Leinhardt 1972). Durchgezogene Doppelpfeile bedeuten beidseitige Wahlen, gestrichelte Doppelpfeile beidseitige Nichtwahl und einfache Pfeile einseitige Wahlen.

Der Deutlichkeit halber und in Hinblick auf spätere Erfordernisse sei darauf hingewiesen, dass Cliquen im Sinn der klassischen Cliquendefinition von Luce und Perry (1949) natürlich auch in einem intransitiven Graphen vorliegen können. Dieser Cliquendefinition von Luce und Perry als „maximal vollständige Teilgraphen“ entsprechen M-Cliquen in transitiven, aber auch Cliquen in nicht transitiven Graphen. Zum Beispiel sind a,b,c und f,g,h in Abb.1 Cliquen in einem nicht-transitiven Graphen. Was Holland und Leinhardt gezeigt haben ist, dass mit Transitivität sich eine vollständige Aufteilung in (Hierarchien von) Cliquen ergibt.

Die Transitivitätstheorie hat sich bei Anwendung auf Freundschaftsnetze bewährt und wird von mehreren empirischen Untersuchungen gestützt (Davis 1970, Hallinan 1974, Holland und Leinhardt (1975).[2] Sie nimmt darüberhinaus - wie eingangs erwähnt - eine herausgehobene Stellung ein. Mit Ausnahme der Theorie von Abelson und Rosenberg enthält sie nämlich die eben genannten Modelle als Spezialfälle. Beispielsweise lässt sich beweisen, dass die Transitivitätstheorie eine Generalisierung der Theorie von Heider ist bzw. die Heidertheorie ein Spezialfall der Transitivitätstheorie ist. Was Heider Balance nennt, ist allgemein Transitivität (vgl. auch Heider 1946: 109). Auch die anderen Modelle von Cartwright und Harary sowie Davis sind Spezialfälle der HL-Theorie (Holland und Leinhardt 1971). Allgemein kann die skizzierte Evolutionslinie der Balancetheorien als Theorienevolution und Forschungsprogramm im Sinn von Lakatos (1982) aufgefaßt werden. Damit rechtfertigt sich die Sprechweise vom „balancetheoretischen Programm“.

Beide Aspekte werden ausführlicher und systematischer behandelt in Manhart (1994b). Dort und in Manhart (1994a) findet sich auch eine formal präzisierte Darstellung der HL-Theorie.

4. Zur Frage der Erklärung transitiver Strukturen

Das Transitivitätsgesetz der HL-Theorie ist verhältnismäßig vage. Es besagt nur, dass eine gegebene intransitive Struktur über die Zeit hinweg „transitiver“ wird oder gleich bleibt. Die

Theorie sagt nichts darüber aus, auf welchem Weg dies geschieht und insbesondere nichts darüber, warum ein Netz „transitiver“ wird. Die mangelnde theoretische Begründung der Transitivitätstendenz wird von verschiedenen Autoren bemängelt, zum Beispiel von Hummell und Sodeur: „... ungeachtet der Tatsache, dass die von den Strukturtheoremen hervorgehobenen Merkmale der Vercliquung und Hierarchisierung wichtige Strukturaspekte sind, die unter einer Vielzahl inhaltlicher Gesichtspunkte von Bedeutung sein können, stellt sich die Frage nach den Mechanismen, die die Entstehung, Entfaltung, Stabilisierung und Veränderung solcher Strukturen erklären könnten“ (Hummell und Sodeur 1987: 160, Hervorh. von Hummell und Sodeur).

Solche Mechanismen finden sich in der Literatur überhaupt nicht oder nur andeutungsweise. Beispielsweise verweisen die oben genannten Autoren vage darauf, dass Vercliquung und Hierarchisierung interaktionstheoretisch, verhaltenstheoretisch oder tauschtheoretisch erklärbar sein könnten, obgleich der Zusammenhang zwischen solchen theoretischen Annahmen und Strukturmodellen wenig stringent ist. Ähnlich fragen sich Cartwright und Harary (1979: 39-40) welche Bedingungen zu Gruppierungstendenzen führen und kritisieren ebenso, dass diese Fragestellung in der empirischen Literatur kaum behandelt wird.

Es sollen nun in einem formalen Rahmen Möglichkeiten und Erklärungshypothesen der Transitivitätsdynamik untersucht werden. Konkret sollen intransitive Netze experimentell in transitive Netze transformiert werden, wobei uns zunächst folgende Fragestellungen interessieren:

a) welche logischen Möglichkeiten der Transitivitätsgenerierung existieren überhaupt und
b) welche dieser logischen Möglichkeiten sind empirisch sinnvoll.

Wir sind der Meinung, dass formale Überlegungen und Experimente empirischen Untersuchungen vorangehen sollten und einiges im Vorfeld klären und präzisieren können. Auf diese Weise können formal oder substantiell interessante Eigenschaften an der Theorie bzw. bestimmten Spezialisierungen entdeckt werden.

Einige theoretische Annahmen können sich beispielsweise allein aufgrund formaler Überlegungen als wenig sinnvoll erweisen während andere sich als interessante Kandidaten für empirische Untersuchungen herausschälen können. Der Begriff des „formalisierten Gedankenexperiments“ scheint uns hier angebracht: „Das Gedankenexperiment dient dazu, die potentielle Erklärungskraft von Theorien zu überprüfen, das heißt, festzustellen, ob sich bestimmte Aussagen tatsächlich aus gegebenen Prämissen ableiten lassen. Dagegen kommt ihm keine empirische Beweiskraft zu. Man wird jedoch Zeit und Kosten für theoretisch fruchtlose Untersuchungen sparen, wenn man von vornherein logisch nicht schlüssige ‚Erklärungen' aussondert und nicht versucht, sie empirisch ‚zu überprüfen'" (Ziegler 1972: 89).

Wir verfolgen als wichtigstes Ziel solcher Experimente die Entdeckung und logische Überprüfung der Konsequenzen bestimmter theoretischer Annahmen. Die formalen Experimente sollen unter Führung und Entwicklung von inhaltlich sinnvollen Hypothesen erfolgen. Die Konsequenzen dieser Hypothesen können Hinweise auf mögliche Erklärungsmuster für die Entwicklungsdynamik realer Systeme geben. Verwendet werden sollen möglichst Verfahren, die sich aus der Struktur des Netzes ergeben und keine oder geringe psychologische oder soziologische Zusatz-Annahmen enthalten. Wir nehmen eine weitgehend strukturelle Perspektive ein, in der Individuen keinen Einfluß haben und soziale Kräfte als determinierend für Verhalten angesehen werden.

4. Ein qualitatives Computermodell der Transitivitätstheorie

Die Experimente zur Entwicklung transitiver Strukturen werden computergestützt durchgeführt. Auf der Basis einer Implementierung der wesentlichen Konzepte der HL-Theorie führen wir schrittweise Verfahren ein, die beliebige intransitive Netze in transitive Netze überführen und beobachten die strukturellen Auswirkungen. Das Computermodell fungiert hier als Ideenfinder und formalisiertes Gedankenexperiments. Anders als gewöhnlich wird die Maschine damit nicht im „Kontext der Begründung", sondern im „Kontext der Entdeckung" eingesetzt.

Normalerweise werden soziale Netze formal als Matrizen implementiert, wobei das Bestehen einer Relation zwischen den Elementen x und y mit 1 und das Nicht-Bestehen mit 0 symbolisiert wird. Auf diesen 0-1-Matrizen können dann die verschiedenen Algorithmen zur Relationenmanipulation ausgeführt werden. Im vorliegenden Fall wurde jedoch ein völlig anderer Ansatz gewählt, der im Vergleich zu traditionellen Modellierungsformen wesentliche Vorteile hat. Er bricht mit dem - immer noch weit verbreiteten - Vorurteil, dass Computer lediglich mit Zahlen hantieren können und Computermodellierung Quantifizierung bedeutet.

Die Konzepte der Transitivitätstheorie und die darauf aufsetzenden Transitivitätsverfahren werden als qualitatives, regelbasiertes Computerprogramm implementiert. Mit „qualitativ" ist gemeint, dass die Repräsentation von Daten und Theorie nicht numerisch erfolgt, sondern mit Symbolen. Hierzu wurde einer der ältesten und am besten erforschten

Formalismen verwendet, die Prädikatenlogik. Der Prädikatenlogik entspricht auf Computerebene die Programmiersprache Prolog (Programming in Logic), die als eine maschinelle Realisierung des Prädikatenkalküls aufgefaßt und direkt zur Implementierung verwendet werden kann (Clocksin und Mellish 1984). In dem prädikatenlogischen Ansatz werden die Netzrelationen statt mit numerischen Matrizen in logischen Formeln dargestellt. Liegt zwischen a und b sowie b und d eine R-Relation vor, so lässt sich dies unmittelbar zum Beispiel so schreiben:

```
r(a,b)
r(b,d)
```

Das zweite, wesentliche Merkmal der Modellierung ist die Regelbasiertheit. Mit „regelbasiert“ ist gemeint, dass zur Repräsentation der Theorie Regeln verwendet wurden. Eine solche Regel hat zum Beispiel die Form:

wenn es ein x, y und z gibt, so dass gilt: r(x,y) und r(y,z) und nicht r(x,z), dann liegt kein transitiver Graph vor.

Die Konzepte der HL-Theorie lassen sich mit einer - relativ kleinen - Menge solcher Regeln darstellen, die sich mehr oder weniger direkt in Prolog ausdrücken lassen.

In der Künstlichen Intelligenz (KI) - einem Teilgebiet der Informatik - bezeichnet man regelbasierte Programme dieser Art auch als wissensbasierte Programme oder Expertensysteme. Sie wurden entwickelt, um das Wissen von Experten zu repräsentieren, Schlüsse zu ziehen und Schlußfolgerungen zu erklären (Savory 1988).

Grob gesprochen besteht ein wissenbasiertes System aus einer Wissens- oder Datenbasis und einem Inferenzmechanismus zur Herleitung neuen Wissens. In der Datenbasis ist das Wissen in Form von Fakten und Regeln organisiert, das sich weiter in zeitlich langfristig gültiges Wissen und fallspezifisches Wissen unterteilen lässt. In unserem Fall bilden die Regeln der Theorie das langfristige Wissen und die Netzrelationen das fallspezifische Wissen. Die Regeln lassen sich nun auf die fallspezifischen Daten anwenden, der Inferenzmechanismus produziert neue Folgerungen und fügt diese der Wissenbasis hinzu. Mit der obigen Beispielregel könnte der Inferenzmechanismus etwa ableiten, dass kein T-Graph gegeben ist und diese Information der Wissensbasis hinzufügen.

Wissensbasierte Programme eignen sich für viele sozialwissenschaftliche Problemstellungen besser als konventionelle Programme. Erstens lassen sich qualitative Informationen in Computerprogrammen repräsentieren, wie sie häufig in den Sozialwissenschaften vorkommen. Zweitens können die Schlußfolgerungen dem Benutzer erklärt werden und die Arbeitsweise des Modells wird damit durchsichtiger. Drittens definiert jede Regel ein kleines, unabhängiges Stück Information und einzelne Wissensstücke können relativ leicht hinzugefügt, verändert oder gelöscht werden. Insbesondere die letzten beiden Punkte haben positive Auswirkungen auf die Experimentiermächtigkeit von Computermodellen. Die Stärke dieser neuen Techniken zur Modellierung sozialer Phänomene wurde von verschiedenen Autoren erkannt und bereits genutzt. Einen Überblick über sozialwissenschaftliche KI-Anwendungen geben Benfer, Brent und Furbee (1991).

5. Formale Aspekte der Transitivitätsgenerierung

Dei HL-Theorie lässt die Frage, wie intransitive Netze in transitivere überführt werden, unbestimmt. Unser Ziel ist es nun, solche Verfahren anzugeben. Formallogisch handelt es sich bei der Angabe solcher Regeln um Spezialisierungen des Transitivitätsgesetzes.

Betrachten wir zunächst die formalen Möglichkeiten der Balancegenerierung. Ein Graph ist transitiv genau dann, wenn für alle Elemente x, y, z der Datenbasis gilt:

wenn r(x,y) und r(y,z) dann r(x,z).

Er ist intransitiv genau dann, wenn es ein x, y, z gibt mit r(x,y), r(y,z) und nicht r(x,z). Zu überprüfen sind alle Tripel x, y, z des Graphen. Wird ein intransitives Tripel entdeckt, so ist dieses zu korrigieren. Grundsätzlich gibt es zwei Möglichkeiten bei der Korrektur solcher Tripel. Wir können den Wenn-Teil verändern oder den Dann-Teil.

Ein Korrektureingriff im Wenn-Teil würde bedeuten, das intransitive Tripel in der Datenbasis so zu ändern, dass die Bedingung der Transitivitätsregel nicht mehr zutrifft. Man erzeugt also eine „leer transitive“ Triade, indem entweder r(x,y) oder r(y,z) oder beide aus der Datenbasis <u>entfernt</u> werden. Ein Korrektureingriff im Dann-Teil einer intransitiven Triade bedeutet hingegen, die Relation r(x,z) zur Datenbasis <u>hinzuzufügen</u>.

Die einfachere Lösung ist zunächst, sich auf das Hinzufügen von Relationen zu beschränken. Abb. 3 illustriert, dass die Korrektur intransitiver Triaden durch Hinzunahme von Relationen Auswirkungen auf andere Triaden haben kann.

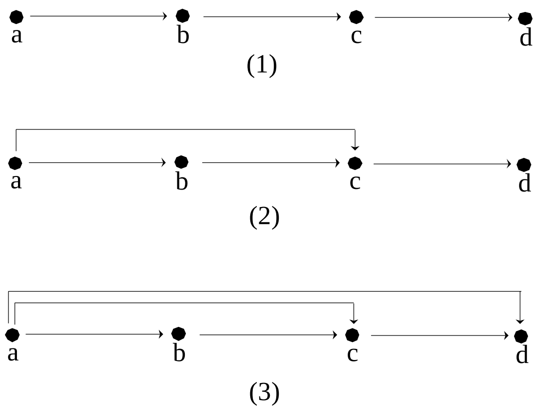

Abb. 3: Die Korrektur einer Triade hat „intransitive Auswirkungen“ auf transitive Triaden

Die Triade a,c,d in Abb. 3 (1) ist zunächst leer transitiv (wegen r(c,d), nicht r(a,d), nicht r(a,c)), die Triaden a,b,c und b,c,d sind intransitiv. Wird die Triade a,b,c durch Hinzufügen von r(a,c) korrigiert (2), so wird die bislang leer transitive Triade a,c,d ebenfalls intransitiv und muss verändert werden (3). Die Korrektur intransitiver Tripel kann also dazu führen, dass (leer) transitive Triaden intransitiv werden. Dies hat die Konsequenz, dass die einmalige Prüfung eines Tripels nicht ausreicht.

6. Generierungsregeln für Relationenaddition

Ein erstes primitives Verfahren zur dyamischen Herstellung von transitiven Strukturen wäre folgendes:

(A1) Suche ein intransitives Tripel r(x,y), r(y,z), nicht r(x,z).
(A2) Füge r(x,z) zur Faktenbasis hinzu.
(A3) Wiederhole Schritt (A1) bis kein intransitives Tripel mehr gefunden wird.

Dieses Verfahren ist theoretisch völlig bedeutungslos, da die Reihenfolge der Triadenkorrektur von der Reihenfolge des Fakteneintrags in die Datenbasis abhängt. Wir wollen deshalb nicht näher darauf eingehen.

In dem zweiten Korrekturverfahren führen wir nun strukturell und theoretisch sinnvolle Hypothesen ein und beobachten die Auswirkungen im Programm. Kern dieses Korrekturverfahrens ist die Annahme, dass in einem intransitiven Graphen Cliquen die ersten Korrekturträger sind. Dies lässt sich damit begründen, dass in Cliquen der Zusammenhalt besonders groß ist und die Nach-Außen-Wahl eines Mitglieds einen starken Druck auf die anderen Mitglieder ausübt, ebenfalls dieses Außenelement zu wählen.

Wenn in Cliquen der Korrekturdruck größer ist als bei Mitgliedern, die keinen Cliquen angehören, so bilden Cliquen die Ausgangsbasis der Veränderung und „infizieren“ Nicht-Cliquen-Elemente. Im folgenden benutzen wir den Graphen in Abb. 4 als Beispiel.

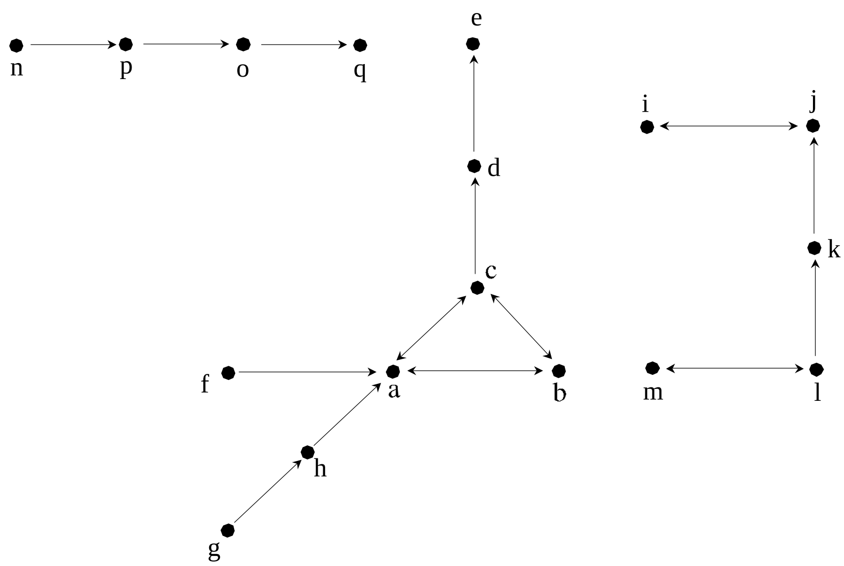

Abb. 4: Beispielgraph zur Entwicklung des 2. Transitivitätsgenerierungsverfahrens

In Abb. 4 wird jedes Mitglied der Dreier-Clique a,b,c die Relationen zu d und e korrigieren und dadurch die Knoten f, h und g „infizieren“, wodurch diese nun ihrerseits neben den Relationen zu c und b auch die Relationen zu d und e ändern müssen. Durchgeführt wird eine Tiefenkorrektur, das heißt, wird eine Relation zu einem Knoten eingeführt, so wird diese Kante (Relation) „in die Tiefe“ weiterverfolgt und geprüft, ob die neu hinzugefügte Kante Intransitivitäten erzeugt usw. In Abb. 4 wird bei der Korrektur von Clique a,b,c zunächst r(a,d) generiert und der Pfad in die Tiefe weiterverfolgt, das heißt, als nächstes wird r(a,e) eingeführt. Erst wenn die Tiefenkorrektur von a abgeschlossen ist, wird der nächste Cliquenknoten b bzw. c untersucht.

Da in sozialen Netzen normalerweise mehrere Cliquen (in unterschiedlicher Größe) auftreten, brauchen wir eine Regel, bei welcher Clique mit der Korrektur begonnen werden soll. Wir führen hierzu zwei Parameter ein: die Cliquengröße und den Cliquenstatus. Die Cliquengröße ist einfach die Anzahl ihrer Mitglieder, der Cliquenstatus die Anzahl aller Wahlen, welche Cliquenmitglieder von Personen erhalten, die nicht Mitglied der eigenen Clique sind.

Wird der Parameter <u>Cliquengröße</u> eingeschaltet, so werden die Cliquen in der Reihenfolge ihrer Größe korrigiert, wobei man die Wahl hat, mit kleinen Cliquen aufsteigend zu größeren zu beginnen oder umgekehrt mit größeren absteigend zu kleineren. Wir wählen hier die erste Möglichkeit mit der Begründung, dass mit zunehmender Cliquengröße der

Informationsfluß zwischen den einzelnen Mitgliedern schwerfälliger wird und Korrekturen entsprechend zeitverzögert einsetzen (Die Reihenfolge der Korrekturen innerhalb von Cliquen gleicher Größe überlassen wir der Reihenfolge des Eintrags in der Datenbasis).

Wird der Parameter Cliquenstatus eingeschaltet, dann werden die Cliquen in absteigender oder aufsteigender Reihenfolge ihres Status korrigiert. Sinnvoll erscheint hier, mit Cliquen von höherem Status zu beginnen, da in solchen Cliquen ein größerer Druck zur Transitivitätsherstellung existieren dürfte.

Der 1. Schritt des Verfahrens - Korrektur von cliquenbedingten Intransitivitäten - ist damit abgeschlossen. Nach der Korrektur der Intransitivitäten, deren Ursache Mitglieder von M-Cliquen sind, ändern wir im 2. Schritt Relationen jener Elemente, die Cliquen wählen, aber selbst nicht Mitglied von Cliquen sind. Ausgehend von den Cliquen suchen wir alle Knoten des Graphen, die in R-Relation zu Cliquenmitgliedern stehen, aber nicht selbst Elemente von Cliquen sind. Jeder so entdeckte Knoten wird dabei nach Abarbeitung der direkten Cliquenwähler rückwärts weiterverfolgt.

Bei dem Knoten a in Abb. 4 sind f und h direkte Wähler von a, so dass zunächst die von f und h ausgehenden Intransitivitäten korrigiert werden. h hat einen weiteren Wähler g, der aber erst bearbeitet wird, wenn alle direkten Cliquenwähler abgearbeitet sind. Ein weiterer direkter Cliquenwähler ist der Cliquenknoten k (wobei k allerdings durch die Tiefensuchstrategie von l, m bereits korrigiert sein kann). Diese Nicht-Cliquenmitglieder werden in der Ordnung entsprechend dem eingestellten Parameter korrigiert. Werden Cliquen in aufsteigender Größe modifiziert, dann werden anschließend jene Nicht-Cliquenmitglieder zuerst korrigiert, die kleinere Cliquen gewählt haben. Das Analoge gilt für den Status.

Im 3. Schritt müssen schließlich noch all jene Elemente bearbeitet werden, die weder Cliquenmitglieder sind, noch Cliquenmitglieder wählen. Dies sind die Knoten n, p, o, q.

Das folgende Ausgabeprotokoll liefert einen Trace für die dynamische Hinzunahme von Relationen gemäß den eben angebenen Regeln für die Daten aus Abb. 4. Gestartet wird mit der Liste aller Cliquenmitglieder, die nach den genannten Kriterien geordnet sind. Für jedes Mitglied wird geprüft, ob eine Korrektur erforderlich ist. Die Liste wird dynamisch erweitert um Elemente, welche nicht selbst Cliquenmitglieder sind, aber welche wählen. Erst wenn diese Liste leer ist, erfolgt die Prüfung aller Knoten, die nichts mit Cliquen zu tun haben.

```
?- balance2.

Erstelement:  j  Rest  [i,m,l,b,a,c]
Erstelement:  i  Rest  [m,l,b,a,c,k]
Erstelement:  m  Rest  [l,b,a,c,k]
Fuege hinzu:  r(m,k)
Fuege hinzu:  r(m,j)
Fuege hinzu:  r(m,i)
Erstelement:  l  Rest  [b,a,c,k]
Fuege hinzu:  r(l,i)
Fuege hinzu:  r(l,j)
Erstelement:  b  Rest  [a,c,k]
Fuege hinzu:  r(b,d)
Fuege hinzu:  r(b,e)
Erstelement:  a  Rest  [c,k]
Fuege hinzu:  r(a,d)
Fuege hinzu:  r(a,e)
Erstelement:  c  Rest  [k,h,f]
Fuege hinzu:  r(c,e)
Erstelement:  k  Rest  [h,f]
Fuege hinzu:  r(k,i)
Erstelement:  h  Rest  [f]
Fuege hinzu:  r(h,c)
Fuege hinzu:  r(h,b)
Fuege hinzu:  r(h,d)
Fuege hinzu:  r(h,e)
Erstelement:  f  Rest  [g]
Fuege hinzu:  r(f,c)
Fuege hinzu:  r(f,b)
Fuege hinzu:  r(f,d)
Fuege hinzu:  r(f,e)
Erstelement:  g  Rest  []
Fuege hinzu:  r(g,a)
Fuege hinzu:  r(g,c)
Fuege hinzu:  r(g,b)
Fuege hinzu:  r(g,d)
Fuege hinzu:  r(g,e)
Erstelement:  q  Rest  [o,p,n,k,h,g,f,e,d]
Erstelement:  o  Rest  [p,n,k,h,g,f,e,d]
Erstelement:  p  Rest  [n,k,h,g,f,e,d]
Fuege hinzu:  r(p,q)
Erstelement:  n  Rest  [k,h,g,f,e,d]
Fuege hinzu:  r(n,o)
Fuege hinzu:  r(n,q)
Erstelement:  k  Rest  [h,g,f,e,d]
Erstelement:  h  Rest  [g,f,e,d]
Erstelement:  g  Rest  [f,e,d]
Erstelement:  f  Rest  [e,d]
Erstelement:  e  Rest  [d]
Erstelement:  d  Rest  []
```

Mit Aufruf der entsprechenden Regelprädikate lässt sich beweisen, dass die addierten Relationen eine transitive Struktur generierten. In der Wissensbasis sind u.a. die folgenden Fakteneinträge vorhanden, die grafisch Abb. 5 entsprechen, und auf keine „Anomalien“ hindeuten:

```
?- fakten.

R-Relationen ->
[
 [o,q],[p,o],[n,p],[m,l],[l,m],[l,k],[k,j],[j,i],[i,j],[d,e],[c,d],[g,h],
 [h,a],[f,a],[c,b],[b,c],[c,a],[a,c],[b,a],[a,b],[m,k],[m,j],[m,i],[l,i],
 [l,j],[b,d],[b,e],[a,d],[a,e],[c,e],[k,i],[h,c],[h,b],[h,d],[h,e],[f,c],
 [f,b],[f,d],[f,e],[g,a],[g,c],[g,b],[g,d],[g,e],[p,q],[n,o],[n,q]
]

M-Relationen ->
[[m,l],[l,m],[j,i],[i,j],[c,b],[c,a],[b,c],[b,a],[a,c],[a,b]]

graph(t_graph,true)
m_clique([m,l])
m_clique([j,i])
m_clique([c,b,a])
```

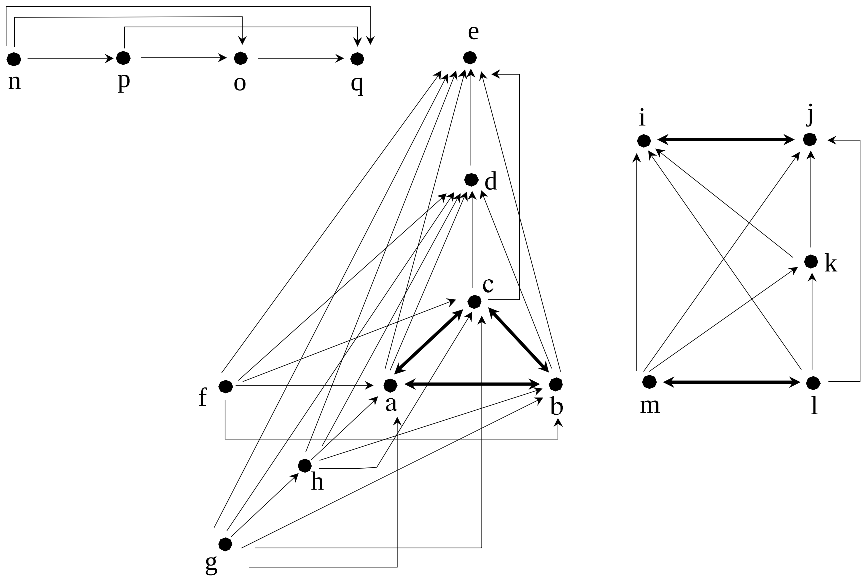

Abb. 5: Der nach dem 2. Transitivitätsgenerierungsverfahren korrigierte Graph aus Abb. 4

7. Empirische Inadäquanz von Additionsregeln

In dem Beispiel werden „intuitiv sinnvolle Daten“ produziert; es gibt keine Anomalien im Sinn von inadäquaten Konklusionen. Die Frage ist, ob dies auch für andere Strukturen gilt. Experimente mit weiteren Datenbeispielen zeigen ein gegenteiliges Ergebnis. Betrachten wir hierzu den intransitiven Graphen in Abb. 6.

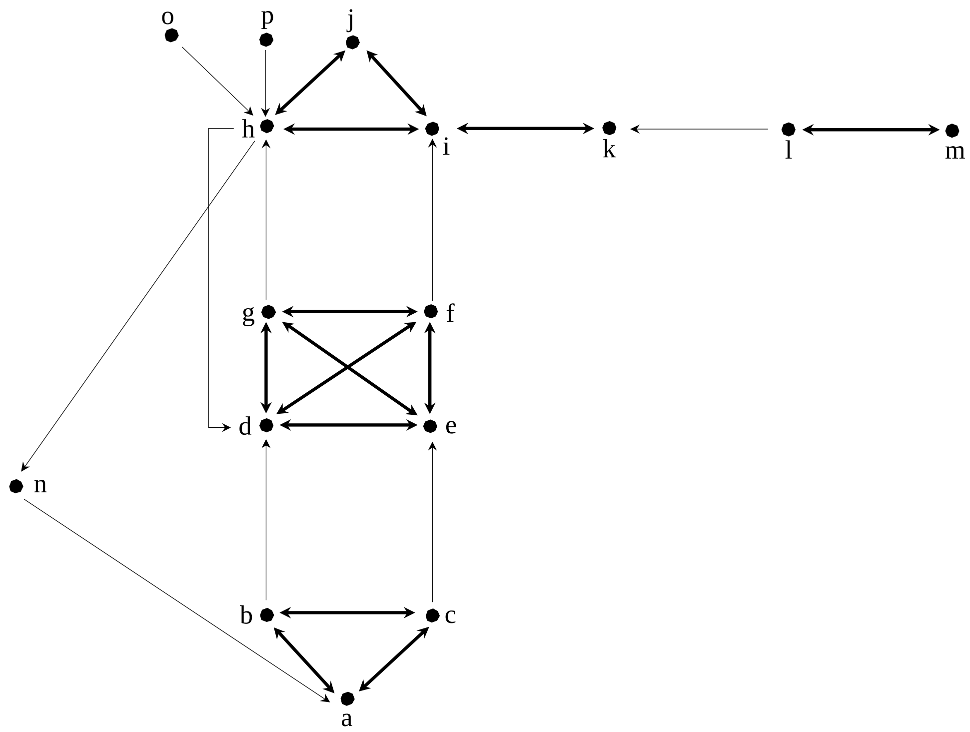

Abb. 6: Intransitiver Beispielgraph zum 3. Transitivitätsgenerierungsverfahren

Vor der Transitivitätskorrektur liegen fünf Cliquen vor (das Prädikat `clique` ist allgemeiner als das Prädikat `m_clique`. M-Cliquen lassen sich nur in transitiven Graphen ableiten, während beim allgemeinen Cliquenprädikat der Graph nicht transitiv sein muss):

```
clique([m,l])
clique([k,i])
clique([j,h,i])
clique([f,g,d,e])
clique([b,a,c])
```

Nach der Transitivitätskorrektur hingegen reduzieren sich die Teilstrukturen auf zwei Cliquen:

```
m_clique([m,l])
m_clique([n,a,h,c,b,e,d,i,j,f,g,k]).
```

Die Clique m,l bleibt erhalten, während alle anderen Cliquen - und der Nicht-Cliquen-Knoten n - zusammenfallen. Wir erhalten damit ein unerwünschtes und inadäquates Ergebnis der spezialisierten HL-Theorie, das empirisch jeglicher Grundlage entbehrt. Empirisch fusionieren Cliquen so gut wie nie, allenfalls kommen neue Mitglieder hinzu oder es scheiden einzelne Angehörige aus.

Die Ursache der Cliquenvereinigung lässt sich aus Abb. 6 leicht erkennen. Betrachten wir die beiden Cliquen h,i,j und g,f,d,e. Da h aus der ersten Cliquenmenge d aus der zweiten

Menge wählt, müssen mit Transitivität alle Mitglieder der ersten Clique alle aus der zweiten wählen. Da umgekehrt g aus der zweiten Clique h aus der ersten Clique wählt, müssen alle Elemente der zweiten Clique alle Elemente der ersten wählen. Wenn aber alle aus der ersten Clique in R-Relation zu allen Mitgliedern der zweiten Clique stehen und umgekehrt, so bilden beide Ausgangscliquen nach der Transitivitätskorrektur eine einzige Cliquenmenge.

Da die Clique a,b,c mit den anderen beiden direkt oder indirekt in analoger Weise verbunden ist, sowie i,k direkt mit i,h,j, <u>fallen alle vier Cliquen zusammen</u>.

Dass der 2. Korrekturalgorithmus die Cliquen in Abb. 4 erhalten hat, war nur ein zufälliges Ergebnis aufgrund der gegebenen Struktur. Fügt man nur zum Beispiel die beiden Relationen r(b,m) und r(j,f) ein, so werden alle drei Cliquen zusammen mit f und k in eine Teilstruktur
m,j,i,l,k,f,a,c,b
vereinigt.

Die Ursache für die Cliquenkoinzidenz lässt sich anhand der nächsten beiden Abbildungen systematischer verdeutlichen.

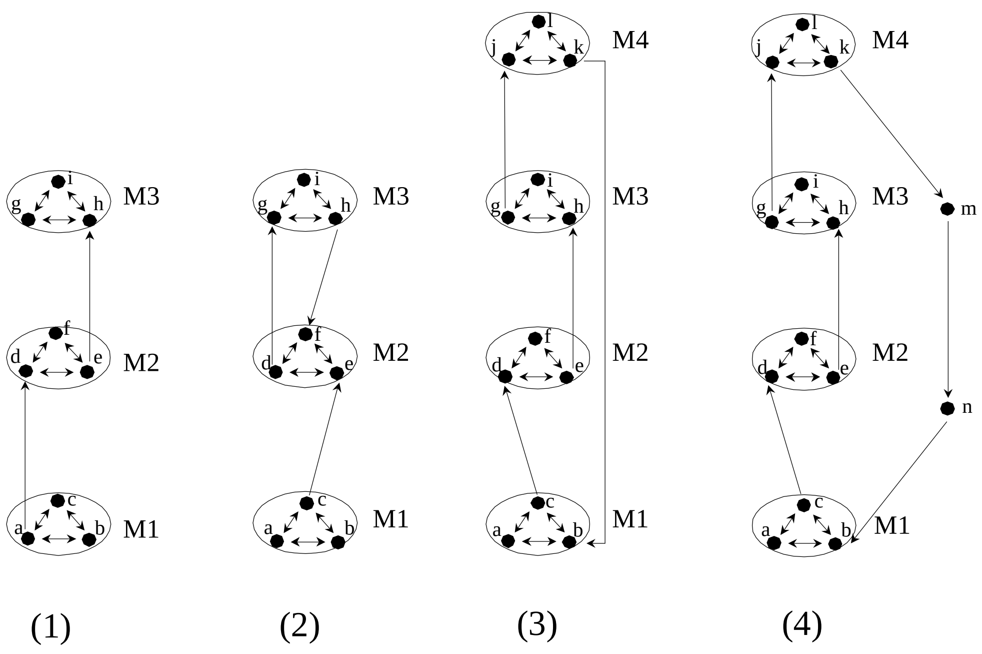

Abb.7: Intransitive Graphen mit unterschiedlich verknüpften Cliquen

In Struktur (1) werden die Cliquen bei der Transitivitätsherstellung nicht vereinigt. Die Transitivitätskorrektur durch Hinzufügen von Relationen ergänzt lediglich die Relationen aller M1-Cliquenmitglieder zu M2 und M3, sowie die Relationen von M2-Mitgliedern zu M3-Mitgliedern. Es entsteht eine hierarchische Ordnung zwischen den Cliquen. In Struktur

(2) wählt ein Mitglied von M2 eines von M3 und ein Mitglied von M3 eines von M2, so dass beim Korrigieren durch Hinzufügen die Cliquen M2 und M3 zusammenfallen. Die Clique M1 bleibt erhalten. In Struktur (3) sind alle Cliquen durch je eine R-Kante zwischen den Cliquen geordnet und ein Mitglied aus der oberen Clique M4 wählt eines aus der unteren M1. In diesem Fall werden bei dem Korrekturverfahren durch R-Kanten-Hinzunahme alle 4 Cliquen vereinigt. Das gleiche gilt auch für Struktur (4), bei der die Wahl des Mitglieds der unteren Clique M1 nicht direkt, sondern über die Zwischenknoten m und n erfolgt.

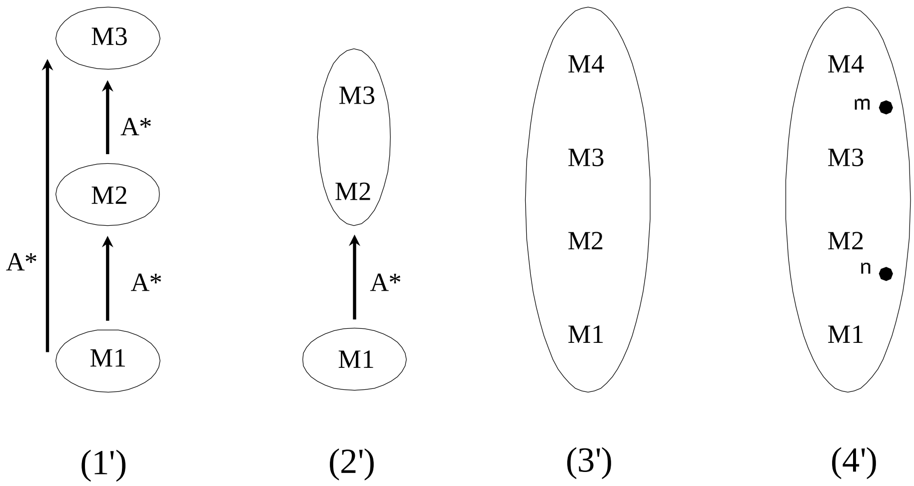

Abb. 8: Nach dem 2. Verfahren korrigierte transitive Graphen aus Abb. 7 mit teilweiser Cliquenvereinigung

Die Beispiele zeigen, dass Cliquen zusammenfallen, wenn es einen Zyklus zwischen den Cliquen gibt. Ein Zyklus ist ein Hinweg und ein Rückweg zwischen zwei Cliquen entlang der Pfeile (Relationen). Um bei der Korrektur von intransitiven Graphen die Vereinigung von Cliquen zu vermeiden, müssen also Zyklen zwischen Cliquen unterbrochen werden. Dies bedeutet, dass Relationen zurückgenommen werden müssen.

8. Mischstrategien: Relationenrücknahme und -addition

Es soll nun ein Transitivitätsgenerierungs-Verfahren entwickelt werden, welches einen intransitiven Graphen in einen transitiven überführt unter der Randbedingung, dass existierende Cliquen möglichst beibehalten werden. Das Zusammenfallen von Cliquen soll durch eine möglichst sparsame Rücknahme von Relationen in Zyklen verhindert werden, die theoretisch begründet wird. Anschließend wird der um diese Relationen reduzierte, aber immer noch intransitive Graph mit dem 2. Korrekturverfahren in einen transitiven überführt.[3]

Bevor wir den eigentlichen Algorithmus entwickeln, sind folgende Fragen zu klären:

- In den Graphen (2-4) von Abb.7 verhindert die Annulierung irgendeiner der Zyklen-Relationen die Cliquenvereinigung. Da die Rücknahme jeder Relation in einem Zyklus die Cliquenvereinigung blockiert, muss entschieden werden, welche Relation entfernt wird.
- Da es Zyklen zwischen mehreren Cliquen geben kann, brauchen wir eine Strategie, in welcher Reihenfolge Zyklen gesucht und damit Relationen entfernt werden.

Wir beantworten diese Fragen, indem wir die Relationenrücknahme inhaltlich rechtfertigen. Betrachten wir hierzu die Cliquen i,j,h und d,e,f,g in dem intransitiven Graphen in Abb. 6. Der Zyklus zwischen beiden Cliquen kann unterbrochen werden entweder durch Annulierung von r(h,d) oder durch Annulierung beider Relationen r(g,h) und r(f,i). Clique i,j,h hat einen höheren Status als Clique d,e,f,g. Wir gehen nun von der Annahme aus, dass <u>die Rücknahme von (Zyklen-)Relationen zu anderen Cliquen immer von der Clique mit höherem Status ausgeht.</u> Diese Annahme kann gerechtfertigt werden mit Druck oder Sanktionen der anderen Cliquenmitglieder, wenn „niedrigere“ Cliquen gewählt werden. In unserem Beispiel hieße das, dass h die Wahl von d stornieren muss, da d einer Clique mit geringerem Status angehört. Die Rücknahme von r(h,d) verhindert aber noch nicht die Vereinigung der Cliquen. Vielmehr gibt es noch einen zweiten Zyklus h,n,a,b,d,g,h, an dem drei Cliquen beteiligt sind. Gemäß der Regel, nach der in Zyklen Relationen zu untergeordneten Knoten und Cliquen entfernt werden, ist hier r(h,n) zu stornieren.

Damit ergibt sich folgende Strategie zum Entfernen von Relationen:
Wir beginnen zunächst mit der Clique M_1 mit höchstem Status und prüfen, ob von M_1 zur Clique mit zweithöchstem Status M_2 Zyklen existieren. Wird ein Zyklus gefunden, so storniert dasjenige $m \in M_1$, das mit seiner (Zyklen-)Relation aus der Clique herausführt, diese Relation. Da von einer Clique mehrere Zyklen ausgehen können, genügt das Testen auf <u>einen</u> Zyklus nicht, vielmehr ist solange zu prüfen, bis kein Zyklus mehr existiert. Anschließend werden Zyklen zwischen M_1 und der dritthöchsten Clique M_3 gesucht usw. bis zur untersten Clique M_u.

Wenn die Zyklen-Prüfung für die Clique mit höchstem Status M_1 abgeschlossen ist, wird untersucht, ob von der nächstniederen Clique M_2 Zyklen zu untergeordneten Cliquen $M_3,...,M_u$ ausgehen usw.

Auf diese Weise wird, beginnend mit der Clique höchsten Status, jedes Cliquenpaar auf Zyklen abgeprüft und bei positivem Ergebnis die aus der Clique mit höherem Status herausführende R-Kante entfernt.

Der folgende Trace zeigt die ausgeführten Relationen-Rücknahmen und -Additionen des Modells mit den intransitiven Daten von Abb. 6 sowie die anschließend abgeleiteten M-Cliquen und A*-Stern-Beziehungen zwischen den M-Cliquen.

```
?- balance3.

Relationen-Rücknahme

Pfad von  k  nach  j  gefunden
Pfad von  j  nach  k  gefunden
Cliquenuebergang: i,k
r(i,k)  geloescht

Pfad von  j  nach  f  gefunden
Pfad von  f  nach  j  gefunden
Cliquenuebergang: h,d
r(h,d)  geloescht

Pfad von  j  nach  f  gefunden
Pfad von  f  nach  j  gefunden
Cliquenuebergang: h,n
r(h,n)  geloescht

Relationen-Addition

Erstelement:  k  Rest  [i,m,l,b,a,c,j,h,i,f,g,d,e]
Fuege hinzu:  r(k,j)
Fuege hinzu:  r(k,h)
Erstelement:  i  Rest  [m,l,b,a,c,j,h,i,f,g,d,e]
Erstelement:  m  Rest  [l,b,a,c,j,h,i,f,g,d,e]
Fuege hinzu:  r(m,k)
Fuege hinzu:  r(m,i)
Fuege hinzu:  r(m,j)
Fuege hinzu:  r(m,h)
Erstelement:  l  Rest  [b,a,c,j,h,i,f,g,d,e]
Fuege hinzu:  r(l,i)
Fuege hinzu:  r(l,j)
Fuege hinzu:  r(l,h)
Erstelement:  b  Rest  [a,c,j,h,i,f,g,d,e]
Fuege hinzu:  r(b,f)
Fuege hinzu:  r(b,e)
Fuege hinzu:  r(b,g)
Fuege hinzu:  r(b,i)
Fuege hinzu:  r(b,h)
Fuege hinzu:  r(b,j)
Erstelement:  a  Rest  [c,j,h,i,f,g,d,e]
Fuege hinzu:  r(a,d)
Fuege hinzu:  r(a,e)
Fuege hinzu:  r(a,f)
Fuege hinzu:  r(a,g)
Fuege hinzu:  r(a,i)
Fuege hinzu:  r(a,h)
Fuege hinzu:  r(a,j)
Erstelement:  c  Rest  [j,h,i,f,g,d,e,n]
Fuege hinzu:  r(c,d)
Fuege hinzu:  r(c,f)
Fuege hinzu:  r(c,g)
Fuege hinzu:  r(c,i)
Fuege hinzu:  r(c,h)
Fuege hinzu:  r(c,j)
Erstelement:  j  Rest  [h,i,f,g,d,e,n]
Erstelement:  h  Rest  [i,f,g,d,e,n]
```

```
Erstelement:  f  Rest  [g,d,e,n,p,o]
Fuege hinzu:  r(f,j)
Fuege hinzu:  r(f,h)
Erstelement:  g  Rest  [d,e,n,p,o]
Fuege hinzu:  r(g,i)
Fuege hinzu:  r(g,j)
Erstelement:  d  Rest  [e,n,p,o]
Fuege hinzu:  r(d,h)
Fuege hinzu:  r(d,i)
Fuege hinzu:  r(d,j)
Erstelement:  e  Rest  [n,p,o]
Fuege hinzu:  r(e,h)
Fuege hinzu:  r(e,i)
Fuege hinzu:  r(e,j)
Erstelement:  n  Rest  [p,o]
Fuege hinzu:  r(n,c)
Fuege hinzu:  r(n,b)
Fuege hinzu:  r(n,d)
Fuege hinzu:  r(n,e)
Fuege hinzu:  r(n,f)
Fuege hinzu:  r(n,g)
Fuege hinzu:  r(n,i)
Fuege hinzu:  r(n,h)
Fuege hinzu:  r(n,j)
Erstelement:  p  Rest  [o]
Fuege hinzu:  r(p,i)
Fuege hinzu:  r(p,j)
Erstelement:  o  Rest  []
Fuege hinzu:  r(o,i)
Fuege hinzu:  r(o,j)

?- m_cliquen.

Mit Regel  5  abgeleitet:   graph(t_graph,true)     -> Faktenbasis
Mit Regel  8  abgeleitet:   m_clique([m,l])         -> Faktenbasis
Mit Regel  8  abgeleitet:   m_clique([j,i,h])       -> Faktenbasis
Mit Regel  8  abgeleitet:   m_clique([g,f,e,d])     -> Faktenbasis
Mit Regel  8  abgeleitet:   m_clique([c,b,a])       -> Faktenbasis

?- a_stern.

Mit Regel  9  abgeleitet:   a_stern([m,l],[j,i,h])         -> Faktenbasis
Mit Regel  9  abgeleitet:   a_stern([g,f,e,d],[j,i,h])     -> Faktenbasis
Mit Regel  9  abgeleitet:   a_stern([c,b,a],[j,i,h])       -> Faktenbasis
Mit Regel  9  abgeleitet:   a_stern([c,b,a],[g,f,e,d])     -> Faktenbasis
```

Abb. 9 zeigt den generierten T-Graphen in grafischer Darstellung:

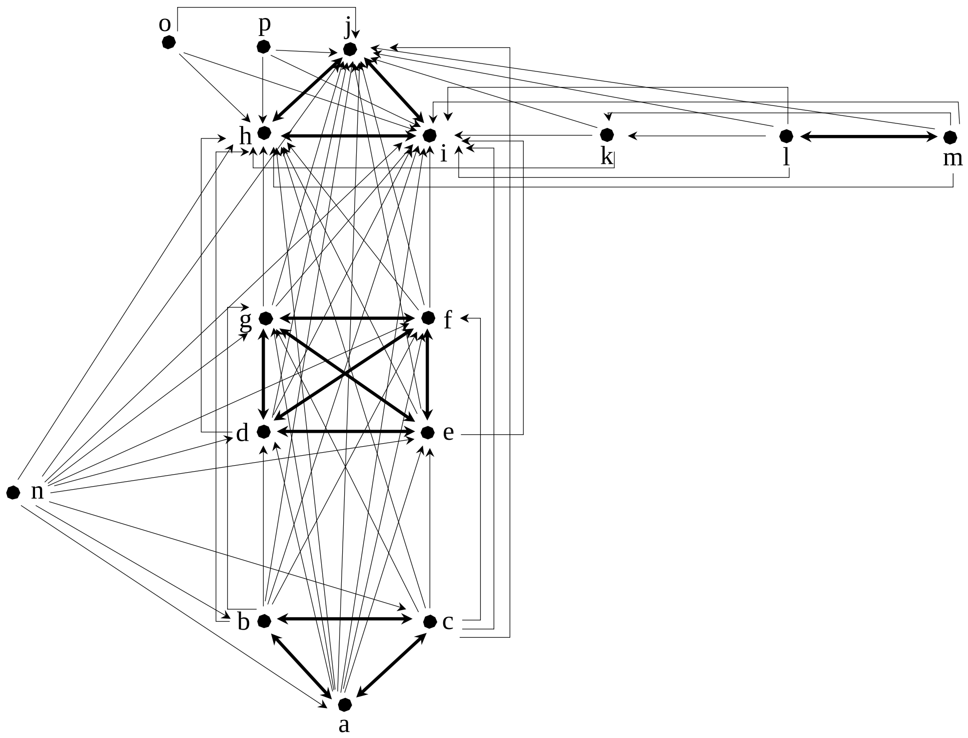

Abb. 9: Der mit dem 3. Transitivitätsgenerierungsverfahren korrigierte Graph aus Abb. 6

Alle Ursprungscliquen wurden dabei erhalten mit Ausnahme der Clique i,k. Die Bewahrung aller Cliquen mit Ausnahme von i,k ist eine theoretische Konsequenz unserer implementierten Annahmen. Wir wollen die Folgerungen nun abschließend systematisch diskutieren.

9. Theoretische Konsequenzen der Generierungsregeln

In unserem spezialisierten Transitivitäts-Modell werden intransitive Strukturen dynamisch in transitive derart überführt, dass zunächst Cliquen und Cliquenumfelder Transitivität herstellen. Cliquen höheren Status nehmen dabei zunächst möglichst sparsam ihre Relationen zu Cliquen niederen Status zurück, falls die Gefahr einer Cliquenvereinigung existiert. Anschließend werden Relationen nach der Transitivitätsregel hinzugefügt - zunächst bei Cliquenmitgliedern, dann bei Nicht-Cliquenmitgliedern, die Cliquenmitglieder wählen und schließlich bei Personen, die keine Kontakte zu Cliquen haben. Wir wollen nun die dabei entstehende transitive Struktur genauer betrachten und insbesondere die Entwicklung der Cliquen verfolgen und diskutieren.

In der Realität entwickeln sich Cliquen dynamisch: Erstens zerbrechen Cliquen manchmal, zweitens kommen zu bestehenden Cliquen neue Cliquenmitglieder hinzu und drittens entstehen völlig neue Cliquen. Die Frage ist, ob dies alles unter unseren rein strukturellen Annahmen des spezialisierten T-Graph-Modells und der damit verknüpften

Transitivitätstendenz erklärt werden kann. Ist dies möglich, so lautet die Folgefrage, ob die produzierten Ergebnisse empirisch sinnvoll sind. Erscheinen die Folgerungen vernünftig, können drittens die mit dem Computer entdeckten Konsequenzen einer empirischen Überprüfung unterzogen werden.

Die erste Frage nach der Zerstörung von Cliquen wurde eben angedeutet. Es ist möglich, dass Cliquen zerstört werden und zwar dann, wenn sie unmittelbar über Liaison- oder cocliquale Personen zusammenhängen. Cocliquale Knoten liegen dann vor, wenn mehrere Knoten zwei überlappenden Cliquen angehören; eine Liaisonperson ist ein Knoten, der zwei Cliquen gemeinsam hat, welche sich sonst nicht überlappen (Kappelhoff 1987: 46).

Die Zerstörung der Clique i,k in Abb. 6 bzw. 9 liegt darin begründet, dass die Cliquen i,k und h,j,i den Liaisonknoten i haben, wodurch trivialerweise ein Zyklus zwischen beiden Cliquen vorliegt. Da h,j,i die Clique mit dem höheren Status ist, wird die zur Clique i,k führende Relation r(i,k) annuliert und damit die Clique i,k selbst zerstört. Hätte die Ursprungsclique i,k einen höheren Status als h,j,i, wäre die Clique h,j,i eliminiert worden, wobei h,j erhalten bliebe.

Generiert man Transitivität unter Zyklen-Unterbrechung zwischen Cliquen, bleiben also nicht unmittelbar verbundene Cliquen erhalten. Miteinander verknüpfte Cliquen werden zerstört. Unter der Annahme, dass der Balancedruck bei statushöheren Cliquen größer ist als bei statusniedrigen, werden mit Transitivitätstendenz an statushöhere Cliquen gebundene statusniedrige Cliquen vernichtet.

Ketten von hintereinandergeschalteten Cliquen werden ausgehend vom „Herd“ der Clique mit höchstem Status aufgelöst. Diese Clique mit höchstem Status bildet dann den Focus der Wahlen. Die Cliquenkette (1) von Abb. 10 wird ausgehend von Clique c,d durch die Rücknahme der Cliquenrelationen (2) eliminiert und in die transitive Struktur (3) überführt.

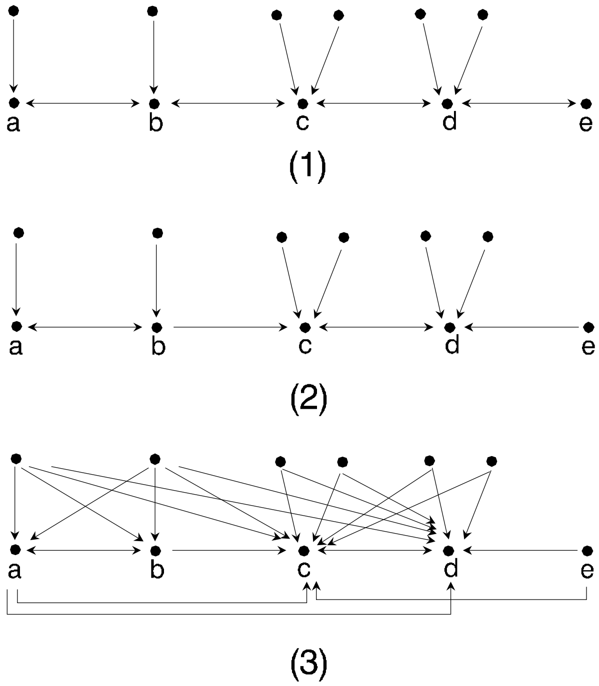

Abb. 10 Ketten von hintereinandergeschalteten Zweier-Cliquen

Die Generierung von Transitivität unter der Randbedinung, Cliquen möglichst beizubehalten, beinhaltet also zwei theoretische Alternativen:

- Entweder direkt über gemeinsame Knoten verbundene Cliquen werden zum Teil aufgelöst oder
- sie fallen in eine einzige Clique zusammen.

Da das Zusammenfallen von Cliquen empirisch die Ausnahme sein dürfte, ist unter Transitivitätstendenz die Auflösung verbundener Cliquen die <u>einzige</u> theoretische Alternative.

Die <u>zweite Frage</u> war, ob unter dem Modell <u>Nicht-Cliquenmitglieder</u> in bestehende Cliquen <u>dynamisch integriert</u> werden können. Betrachten wir hierzu den Graphen aus Abb. 1 mit den beiden Cliquen {g,h,f} und {b,a,c}. Mit Transitivität entstehen unter den Modellbedingungen folgende M-Cliquen.

```
?- m_cliquen.

Mit Regel  8  abgeleitet:   m_clique([h,f,g])       -> Faktenbasis
Mit Regel  8  abgeleitet:   m_clique([e,d,a,b,c])   -> Faktenbasis
```

Die Cliquen bleiben mit Transitivität getrennt, die Ursprungsclique a,b,c wird aber um zwei Elemente <u>erweitert</u>. Unter unseren Annahmen ist es also möglich, dass Cliquen dynamisch ergänzt werden. Ursachen für solche Erweiterungen sind in unserem Modell immer Zyklen zwischen Cliquenelementen und Nicht-Cliquenelementen, in diesem Fall e und d. Allgemein werden also Nicht-Cliquenmitglieder, die mit Cliquen zyklisch verbunden sind, diesen einverleibt. Existieren von Nicht-Cliquenmitgliedern Zyklen zu mehreren Cliquen, so werden abhängig von dem gewählten Parameter die Nicht-Cliquenmitglieder zuerst entweder den Cliquen höheren Status oder kleinerer Zahl zugeschlagen.

Die Hinzunahme von Personen zu Cliquen, die über Zyklen verbunden sind, scheint bei Face-to-Face-Personennetzen empirisch sinnvoll zu sein. Stellen wir uns eine 2-er Clique a,b vor, wobei a beginnt zu c eine Freundschaft zu knüpfen und c zu d. Unter der Transitivitätsannahme besteht dann die Tendenz, dass auch a zu d sowie b zu c und d Freundschaftskontakte aufnimmt. Angenommen, d wählt nun seinerseits ein Element aus a,b. Dann hat dies die Konsequenz, dass - unter den theoretischen Annahmen - über die Zeit hinweg die vier Personen in eine Clique zusammenfallen. Wenn wir den Pfeil metaphorisch als „Zuneigungsfluß“ interpretieren, so bedeutet das, dass mit dem „Rückfluß“ der Zuneigung in die Ausgangsclique die auf dem Pfad liegenden Systemelemente mehr und mehr zusammengeschaltet werden und schließlich in der erweiterten Clique Zuneigung von jedem Element zu jedem anderen Element fließt.

Die dritte Frage war, ob in dem Modell neue Cliquen quasi „aus dem Nichts“ entstehen können. Abb. 11 ist ein Beispiel für die Ausgangsbasis der Neubildung einer Clique.

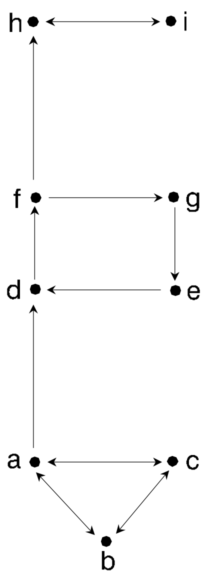

Abb. 11: Beispielgraph zur Entstehung neuer Cliquen

In der intransitiven Struktur von Abb. 11 befinden sich die zwei Cliquen {h,i} und {a,b,c}, in der unter den Modellregeln ergänzten transitiven Struktur drei Cliquen:

```
?- m_cliquen.
```

```
Mit Regel  8  abgeleitet:   m_clique([i,h])         -> Faktenbasis
Mit Regel  8  abgeleitet:   m_clique([g,e,d,f])     -> Faktenbasis
Mit Regel  8  abgeleitet:   m_clique([a,b,c])       -> Faktenbasis
```

Unter dem Modell entsteht unter Bewahrung der beiden vorhandenen Cliquen eine neue, vorher nicht existente Clique g,e,d,f. Ursache für die Entstehung neuer Cliquen bei Transitivitätstendenz ist der Zyklus zwischen den vier Knoten g,e,d,f. Tendenz zu Transitivität bedeutet, dass über Zyklen verknüpfte Elemente zu Cliquen ergänzt werden. Dies ist eine allgemein gültige Konsequenz des Modells: Unter dem T-Graph Modell ist der Zyklus die „Eizelle“ für die Entstehung von Cliquen. Wählt ein Mitglied aus d,e,f,g aber eines aus a,b,c, wird nach unserem Verfahren die Entstehung einer eigenen Clique verhindert und die Elemente von d,e,f,g werden der bestehende Clique a,b,c einverleibt.

Die Entstehung von Cliquen aus Zyklen scheint bei Personennetzen aus den analogen Gründen wie bei der Cliquenexpansion empirisch einsichtig. Mit dem „Zuneignungsrückfluß“ in das Ausgangselement besteht die Tendenz der „Verschweißung“ aller „zuneigungsverkoppelten“ Elemente in eine Clique. Dieses Zirkelprinzip erinnert an den elektrischen Kurzschluß und die klassischen philosophischen Rückbezüglichkeiten mit dem Urbild der Schlange, die sich in den eigenen Schwanz beißt.

10. Abschließende Bemerkungen

Die formale Untersuchung der Entwicklung transitiver Strukturen unter inhaltlich interessanten Annahmen erbrachte einige wichtige Ergebnisse und Konsequenzen - insbesondere für die Cliquenbildung. In der balancetheoretischen Literatur finden sich zur Cliquenentwicklung keine Hinweise, so dass unsere Ergebnisse als Anregung für empirische Forschung verstanden werden können. Einzige Ausnahme ist die Schlußbemerkung in Holland und Leinhardt (1971: 123): „One substantive interpretation of these results (Auswertung der Soziomatrizen von Davis, Anm.d.Verf.) is that there is a tendency in sociometric data away from imbalance (i.e. transitivity) and that when imbalance does occur it is resolved through transitive closure rather than through the development of vacuous transitivity“.

Diese Bemerkung ist vereinbar mit unserer Spezialisierung, in der die Tranitivitätskorrekturen in erster Linie durch „transitives Schließen“ und sehr sparsame Rückname der Relationen erfolgt. Sie beantwortet aber nicht die Frage nach den Cliquenüberschneidungen bzw. allgemein zyklen-verknüpften Cliquen. Unsere Experimente machen damit auf eine wichtige theoretische Lücke aufmerksam. Die zu klärende empirische Frage ist also knapp resümiert: da das T-Graph-Modell für Freundschaftsnetze gut bestätigt ist, was passiert mit zyklen-verknüpften Cliquen? Die Alternative unter Transitivitätstendenz kann nur sein: Relationenrücknahme und Trennung oder transitives Schließen und Fusion.

[1] Der Beitrag basiert auf einem überarbeiteten Kapitel meiner Dissertation, die im Sommer 1993 an der Universität München eingereicht wurde.

[2] Zur Frage, inwieweit die HL-Theorie auf andere Phänomene als Freunschaftsnetze angewendet werden kann, vgl. die Diskussion in Manhart (1994b).

[3] Die umgekehrten Strategie, zuerst Relationen hinzuzufügen und anschließend zu entfernen, erscheint durch die Zusammenlegung von Cliquen wenig sinnvoll. Allenfalls wäre eine Mischstrategie möglich mit abwechselndem Entfernen und Hinzufügen.

Literatur

Abelson, Robert P. und Milton J. Rosenberg, 1958: Symbolic Psycho-Logic: A Model of Attitudinal Cognition, Behavioral Science 3: 1-13.

Benfer, Robert A., Edwart E. Brent und Louanna Furbee, 1991: Expert Systems. Newbury Park CA: Sage.

Brent, Edwart E., 1986: Knowledged-Based Systems: A Qualitative Formalism, Qualitative Sociology 9: 256-282.

Cartwright, Doran, und Frank Harary, 1956: Structural Balance: A Generalisation of Heider's Theory, Psychological Review 63: 277-293.

Cartwright, Doran, und Frank Harary, 1979: Balance and Clusterability: An Overview. S.25-50 in: Paul W. Holland und Samuel Leinhardt (Hg.): Perspectives on Social Network Research. New York: Academic Press.

Clocksin, William F. und Christopher S. Mellish, 1984: Programming in Prolog (2. Aufl.). Berlin: Springer.

Davis, James A. und Samuel Leinhardt, 1972: The Structure of Positive Interpersonal Relations in Small Groups. S.218-253 in: Joseph Berger (Hg.): Sociological Theories in Progress Vol. 2. Boston: Houghton-Mifflin.

Davis, James A., 1967: Clustering and Structural Balance in Graphs, Human Relations 20: 181-187.

Davis, James A., 1970: Clustering and Hierarchy in Interpersonal Relations: Testing two Graph Theoretical Models on 742 Sociogramms, American Sociological Review 35: 27-33.

Dollase, Rainer, 1973: Soziometrische Techniken. Weinheim: Beltz.

Hallinan, Maureen, 1974: A Structural Model of Sentiment Relations, American Journal of Sociology 80: 364-378.

Heider, Fritz, 1946: Attitudes and Cognitive Organization, Journal of Psychology 21: 107-112.

Heider, Fritz, 1977 (1958): Psychologie der interpersonalen Beziehungen. Stuttgart: Klett.

Holland, Paul W., und Samuel Leinhardt, 1970: A Method for Detecting Structure in Sociometric Data, American Journal of Sociology 70: 492-513.

Holland, Paul W., und Samuel Leinhardt, 1971: Transitivity in Structural Models of Small Groups, Comparative Group Studies 2: 107-124.

Holland, Paul W., und Samuel Leinhardt, 1975: Structural Sociometry. Papier präsentiert auf dem Advanced Research Symposium on Social Networks, Mathematical Social Science Board, Hanover, New Hampshire (September).

Homans, George C., 1950: The Human Group. New York: Harcourt.

Homans, George C., 1961: Social Behaviour: Its Elementary Forms. New York: Harcourt.

Hummell, Hans J., und Wolfgang Sodeur, 1984: Interpersonelle Beziehungen und Netzstruktur, Kölner Zeitschrift für Soziologie und Sozialpsychologie 36: 494-510.

Hummell, Hans J., und Wolfgang Sodeur, 1987: Triaden- und Triplettzensus als Mittel der Strukturbeschreibung. S.129-161 in: Jürgen van Koolwijk und Maria Wieken-Mayser (Hg.): Techniken der empirischen Sozialforschung Bd. 1. Methoden der Netzwerkanalyse. München: Oldenbourg.

Kappelhoff, Peter, 1987: Cliquenanalyse. Die Bestimmung von intern verbundenen Teilgruppen in sozialen Netzwerken. S.39-63 in: Jürgen van Koolwijk und Maria Wieken-Mayser (Hg.): Techniken der empirischen Sozialforschung Bd. 1. Methoden der Netzwerkanalyse. München: Oldenbourg.

Lakatos, Imre, 1982: Die Methodologie der wissenschaftlichen Forschungsprogramme. Braunschweig: Vieweg.

Luce, Robert D., und Albert D. Perry, 1949: A Method of Matrix Analysis of Group Structure, Psychometrika 14: 95-116.

Manhart, Klaus, 1994a: Strukturalistische Theorienkonzeption in den Sozialwissenschaften. Das Beispiel der Theorie vom transitiven Graphen, Zeitschrift für Soziologie 2: 111-128.

Manhart, Klaus, 1994b: KI-Modelle in den Sozialwissenschaften. München: Oldenbourg (in Druck).

Savory, Stuart E., 1988: Grundlagen von Expertensystemen. München: Oldenbourg.

Schenk, Michael, 1984: Soziale Netzwerke und Kommunikation. Tübingen: Mohr.

Ziegler, Rolf, 1972: Theorie und Modell. Der Beitrag der Formalisierung zur soziologischen Theoriebildung. München: Oldenbourg.